Première sujets
Année 2016-2017

Ph DEPRESLE

8 juin 2017

Table des matières

1 Devoir n 1 Septembre 2016 2 heures

Première 10

Lundi 26 Septembre 2016

INTERROGATION ÉCRITE N 1

EXERCICE 1 (4 points)

On pose pour tout x réel $f(x) = 2x^2 - 7x - 4$.

1. Résoudre l'équation $f(x) = 0$ et donner une factorisation de $f(x)$.
2. Résoudre l'inéquation $2x^2 - 7x - 4 > 0$.
3. Résoudre l'inéquation $2x^4 - 7x^2 - 4 > 0$.

EXERCICE 2 (4 points)

Résoudre : $\dfrac{(x^4 + x^2 + 7)(x^3 - 16x)}{(x^2 - x - 1)(-x + 1)} > 0$

EXERCICE 3 (4 points)

1. Déterminer les dimensions d'un terrain rectangulaire tel que son périmètre soit de $300m$ et son aire de 5600 m^2.
2. Résoudre $\begin{cases} xy = 77 \\ x^2 + y^2 = 170 \end{cases}$

EXERCICE 4 (4 points)

1. Mettre sous forme canonique l'expression $f(x) = -2x^2 + 20x$.
2. Soit $ABCD$ un carré de côté 10 cm. On considère le quadrilatère $MNPQ$ où M, N, P et Q sont respectivement sur les côtés $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$.
   On suppose que $AM = AQ = CN = CP = x$ où $x \in]0; 10[$.
   (a) Faire une figure et montrer que l'aire de $MNPQ$ est égale à $f(x)$.
   (b) Déterminer x pour que cette aire soit maximum.

EXERCICE 5 (4 points)

1. Représenter sur le même repère $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives des fonctions :
   $f : x \mapsto x^2 + 4x + 3$ et $g : x \mapsto -x^2 + 2x + 3$
2. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$
3. Résoudre algébriquement cette équation.
4. Discuter suivant les valeurs de m du nombre de solution de l'équation $g(x) = m$

2 Devoir n 2 Octobre 2016 2 heures

Première 10

Lundi 17 Octobre 2016

INTERROGATION ÉCRITE N 2

EXERCICE 1 (4 points)

Partie A :

Démontrer que $f : x \mapsto \sqrt{x}$ est croissante sur $[0;+\infty[$.

Partie B :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + x - 2$.

1. Dresser, en justifiant, le tableau de variation de f.
2. Justifier que la fonction g définie par $g(x) = \dfrac{-1}{\sqrt{x^2+x-2}}$ est définie sur l'intervalle $]-\infty;-2[$.
3. Dresser, en justifiant, le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $]-\infty;-2[$.

EXERCICE 2 (4 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x+1| - |-x+2| + \sqrt{x^2-6x+9}$.

1. Représenter f dans un repère.
2. Discuter suivant les valeurs de m du nombre de solution(s) de l'équation $f(x) = m$.

EXERCICE 3 (4 points)

1. Représenter graphiquement dans le même repère $\left(\text{O}\,;\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$les courbes représentatives des fonctions f et g définies par :
   $f(x) = -2x^2 + 4x + 3$ et $g(x) = |\sqrt{x^2-2x+1} - 3|$
2. Résoudre graphiquement puis algébriquement $f(x) = g(x)$ sur $[-2;2]$.

EXERCICE 4 (4 points)

1. Étudier le signe sur $\mathbb{R}$ de $f(x) = 3x^2 - 5x - 2$ et factoriser $f(x)$.
2. En déduire le signe sur $\mathbb{R}$ de $g(x) = 3x^4 - 5x^2 - 2$
3. Résoudre dans $\mathbb{R}^*$ l'inéquation $\dfrac{f(x)}{x} \leq -4$.

EXERCICE 5 (4 points) On pose pour tout x non nul : $f(x) = x - \dfrac{1}{x}$.

1. Résoudre l'équation $f(x) = \dfrac{1}{2}$.
2. Soit $x_2 > x_1 > 0$. Comparer $f(x_2)$ à $f(x_1)$. Quel est le sens de variation de f sur $\mathbb{R}^{+*}$? Que peut-on dire sur $\mathbb{R}^{-*}$?
3. Représenter graphiquement f et déterminer graphiquement (en le justifiant par un dessin) le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$ selon les valeurs du réel m.

3 Devoir n 3 Novembre 2016 2 heures

Première 10

Lundi 7 Novembre 2016

INTERROGATION ÉCRITE N 3

EXERCICE 1 (6 points)

Les parties A et B sont indépendantes.

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^2 + 4x + 1$ et $g(x) = x^2 - \frac{8}{3}x + 3$.

1. Donner les formes canoniques de $f(x)$ et $g(x)$.
2. En déduire les variations de f et g.
3. Tracer $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes de f et g dans un repère orthonormé.
4. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Partie B

Soit m un réel et soit $\mathscr{P}_m$ la parabole d'équation $y = x^2 - 2mx + 3$.

1. Pour quelles valeurs de m la parabole $\mathscr{P}_m$ coupe-t-elle l'axe des abscisses ?
2. Déterminer en fonction de m les coordonnées du sommet de $\mathscr{P}_m$.
3. Pour quelles valeurs de m la parabole $\mathscr{P}_m$ coupe-t-elle la parabole $\mathscr{C}_f$?
   Que se passe-t-il pour $m = 0$? Tracer $\mathscr{P}_0$.

EXERCICE 2 (4 points)

On pose pour tout x réel $f(x) = 3x^2 - x - 2$.

1. Résoudre l'équation $f(x) = 0$ et donner une factorisation de $f(x)$.
2. Résoudre l'inéquation $3x^4 - x^2 - 2 > 0$.
3. Résoudre l'inéquation $3x^8 - x^4 - 2 = 0$.

EXERCICE 3 (4 points)

On considère un rectangle (éventuellement aplati) de périmètre 16 cm. Soit x la longueur d'un des côtés.

1. A quel intervalle I x appartient-il forcément ?
2. Montrer que l'aire du rectangle est donnée par $S(x) = 8x - x^2$. Représenter graphiquement $S(x)$ en fonction de x (on fera un tableau de variations).
3. Préciser les valeurs de x pour lesquelles S est : a) minimum b) maximum.

TSVP ⇒

EXERCICE 4 (6 points) Dire pour chacune des affirmations suivantes si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.

1. Les points A(1 ;-1), B(5 ; -8) et C(13 ; -21) sont alignés.
2. Il existe au moins un réel m tel que les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} -1 \\ m+1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 2m \\ m \end{pmatrix}$ soient colinéaires.
3. ABCD est un quadrilatère. P et Q sont les milieux respectifs de [AC] et [BD].
   Alors $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$
4. ABC est un triangle. Il existe un unique point M tel que $3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{0}$
5. Si $A(-2;3)$ et $B(3;1)$ alors une équation cartésienne de la droite (AB) est $2x + 5y - 11 = 0$.
6. Si $A(-2:5) \quad B(0;-7)$ et $C(2;1)$ alors la médiane issue de B du triangle ABC est l'axe des ordonnées.

4 Devoir n 4 Novembre 2016 2 heures

Première 10
Lundi 28 Novembre 2016

INTERROGATION ÉCRITE N 4

EXERCICE 1 (4 points)
Partie A
Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation $|\sqrt{x^2-6x+9}-4|=5$

Partie B :
Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'inéquation $(x^2-x-1)(-x^2+3x+2)<0$

EXERCICE 2 (4 points)
Soit $\mathscr{D}$ la droite d'équation $3x+9y+4=0$ dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ du plan.

1. Déterminer un point et un vecteur directeur de $\mathscr{D}$ puis tracer la droite $\mathscr{D}$.
2. Les points $A(2;-1)$ et $B(-18;50)$ sont-ils des points de $\mathscr{D}$? Justifier.
3. Déterminer les coordonnées du point C de $\mathscr{D}$ d'abscisse -1 et du point E de $\mathscr{D}$ d'ordonnée 2.
4. $\mathscr{D}$ est-elle parallèle à la droite $\mathscr{D}'$ d'équation $y=-\dfrac{1}{3}x+3$? Justifier.

EXERCICE 3 (4 points)
Soit $(O;\vec{i};,\vec{j})$ un repère orthonormé.
Soit A(-2 ;4) ; B(2 ;7) et C(8 ;-1)

1. Quelle est la nature du triangle ABC ?
2. Donner au degré près une valeur de l'angle $\widehat{BAC}$.
3. Soit le point D (4 ;-4). Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?
4. Soit le point E(8 ;4). Comparer AB + BC et AE + EC.

EXERCICE 4 (4 points)
Soit l'équation (E) : $2x^4-9x^3+8x^2-9x+2=0$

1. (a) Zéro est-il solution de l'équation (E) ?
   (b) Montrer que (E) peut s'écrire : $2x^2-9x+8-\dfrac{9}{x}+\dfrac{2}{x^2}=0$ on notera (E') cette nouvelle équation.
2. Pour tout x non nul, on pose $X=x+\dfrac{1}{x}$.
   (a) Démontrer que (E') peut s'écrire $2X^2-9X+4=0$.
   (b) En déduire les solutions de (E).

TSVP ⇒

EXERCICE 5 (4 points)

Soit ABC un triangle.

1. Soit G le point défini par $\overrightarrow{AG} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.

   Démontrer que $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$.
2. Soit H un point tel que $2\overrightarrow{HB} + 3\overrightarrow{HC} = \overrightarrow{0}$.

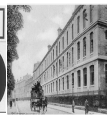
   Démontrer que $\overrightarrow{BH} = \dfrac{3}{5}\overrightarrow{BC}$.
3. le point K tel que $\overrightarrow{AK} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \dfrac{3}{8}\overrightarrow{AC}$.

   Démontrer que $\overrightarrow{GH} = -\dfrac{4}{15}\overrightarrow{AB} + \dfrac{3}{5}\overrightarrow{AC}$ et que $\overrightarrow{GK} = -\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \dfrac{3}{8}\overrightarrow{AC}$.
4. En déduire que les points G, H et K sont alignés.

5 Devoir n 5 Décembre 2016 2 heures

Première 10

Mardi 13 Décembre 2016



INTERROGATION ÉCRITE N 5

Dans un repère orthonormé $\left(\text{O}\,; \vec{i}\,,\ \vec{j}\right)$on donne :
$A(-3;5)$ $B(-1;-3)$ $C(5,7)$
Déterminer :

1. L'équation cartésienne des 3 côtés.
2. L'équation cartésienne des 3 médianes.
3. L'équation cartésienne des 3 médiatrices.
4. L'équation cartésienne de la hauteur issue de A.

6 Devoir n 6 Janvier 2017 2 heures

Première 10

Lundi 9 Janvier 2017

INTERROGATION ÉCRITE N 6

EXERCICE 1 (4 points)

Partie A

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation $x^3+x^2+x+6=0$

Partie B :

Donner le domaine de définition de la fonction f définie par :

$f(x)=\sqrt{\dfrac{(x^2-x+6)(-x+\pi)}{x^3+7x^2+12x}}$

EXERCICE 2 (4 points)

$ABCD$ est un parallélogramme.

1. Construire le point E tel que :$\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{DB}$.
   Construire le point F tel que :$\overrightarrow{CF}=5\overrightarrow{CA}$.
   Construire le point G tel que :$\overrightarrow{BG}=3\overrightarrow{AB}$.
2. Démontrer que les points E, F et G sont alignés.

EXERCICE 3 (4 points)

1. On connait deux termes d'une suite arithmétique (v_n) :
   $v_{10000}=-26$ et $v_{20000}=-16$.
   Déterminer v_{4000}.
2. On connait deux termes d'une suite géométrique (v_n) :
   $v_4=-25$ et $v_7=200$.
   Déterminer v_9.
3. Déterminer $S=2+6+10+14+\cdots+30$.
4. Déterminer $S=1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\cdots+\dfrac{1}{64}$.

EXERCICE 4 (4 points)

On considère la suite (u_n) définie par $u_0=1$ et, pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1}=\frac{3}{2}u_n+1.$$

1. On considère l'algorithme suivant :

Variables	U est un nombre réel, N est un entier naturel
Entrée	Demander la valeur de N
Initialisation	U prend la valeur 1
Traitement	Pour I variant de 1 à N
	U prend la valeur $\frac{3}{2}$U + 1
	Fin Pour
Sortie	Afficher U

A quoi correspond l'affichage final ?

2. Déterminer à l'aide de la calculatrice la valeur de U dans le cas où $N = 15$.
3. On pose la suite (v_n) définie par $v_n = u_n + 2$.
   (a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique .
   (b) Exprimer v_n en fonction de n, puis u_n en fonction de n.
   (c) Exprimer en fonction de n l'expression $S = \sum_{i=1}^{n} u_i$

EXERCICE 5 (4 points)
Soit (u_n) la suite définie par tout entier n par $u_{n+1} = -3u_n + 8$ et $u_0 = 6$.

1. Démontrer que (u_n) n'est ni une suite arithmétique, ni une suite géométrique.
2. On pose $v_n = u_n - 2$ pour tout entier naturel n. Montrer que (v_n) est une suite géométrique. Donner sa raison et son premier terme.
3. Exprimer v_n en fonction de n.
4. En déduire u_n en fonction de n.

7 Devoir n 7 Février 2017 2 heures

Première 10
Lundi 30 Janvier 2017

INTERROGATION ÉCRITE N 7

EXERCICE 1 (5 points)
Soit la suite (u_n) définie par la donnée de u_0 et la relation : pour tout entier naturel n, :
$u_{n+1} = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}u_n$.

1. On suppose dans cette question seulement que $u_0 = \frac{\pi}{2}$.
   (a) Déterminer u_1; u_2; u_3 et u_4.
   (b) Démontrer que la suite (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.
2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier n par $v_n = u_n - \frac{\pi}{3}$.
   Démontrer que la suite (v_n) est géométrique. Donner son terme initial et sa raison.
3. En déduire l'expression de u_n en fonction de u_0 et n.

EXERCICE 2 (5 points)

1. Résoudre sur $\mathbb{R}$ $\sin x = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$.
2. Résoudre sur $[-\frac{\pi}{2};2\pi]$ l'équation $\sin^2 x = \frac{3}{4}$.
3. Calculer $A = \cos\frac{\pi}{3} - \sin\frac{\pi}{6} + \sin\frac{2\pi}{3} + \sin\frac{4\pi}{3}$
4. Démontrer que si $x \neq \frac{\pi}{4}$ et $x \in \left]0;\frac{\pi}{2}\right[$ alors l'égalité $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos x + \sin x$ entraine $\cos x = 1 + \sin x$.
5. Calculer $B = \cos^2\frac{\pi}{8} + \cos^2\frac{3\pi}{8} + \cos^2\frac{5\pi}{8} + \cos^2\frac{7\pi}{8}$

EXERCICE 3 (5 points)
Soit ABC un triangle quelconque.
On considère les points I J et K définis par :
I milieu du segment $[BC]$, $\overrightarrow{JA} = -2\overrightarrow{JB}$ et $\overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{CK}$.

1. (a) Calculer $\overrightarrow{AK}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AC}$. Placer le point K.
   (b) Calculer $\overrightarrow{AJ}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AB}$. Placer le point J.
   (c) Calculer $\overrightarrow{AI}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. Placer le point I.
2. (a) Déterminer l'écriture du vecteur $\overrightarrow{JK}$ en fonctions des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
   (b) Déterminer l'écriture du vecteur $\overrightarrow{JI}$ en fonctions des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
   (c) Les points I J et K sont-ils alignés ?
   (d) Que peut-on dire des droites (JC) et (BK) ?

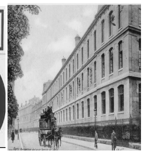
EXERCICE 4 (5 points)

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ on donne $A(-4, 3) \quad B(2, 7)$et $C(2, -6)$.

1. Déterminer la nature du triangle ABC.
2. La parallèle à (AC) passant par B coupe la parallèle à (AB) passant par C en un point D. Déterminer les coordonnées du point D.
3. Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$? En déduire que les points $A \quad B \quad D$ et C appartiennent à un même cercle Γ dont on précisera le centre et le rayon.
4. Déterminer les points d'intersection du cercle Γ avec les axes du repère.

8 Devoir n 8 Mars 2017 2 heures

Première 10
Lundi 13 Mars 2017



INTERROGATION ÉCRITE N 8

EXERCICE 1 (5 points)
Placer sur le cercle trigonométrique le point M associé au réel x de l'intervalle $[\pi; 2\pi]$ tel que $\cos x = -\frac{2}{5}$

1. Calculer la valeur exacte de $\sin x$
2. Placer sur le cercle les points associés aux réels $x+\pi; \frac{\pi}{2}-x; \frac{\pi}{2}+x; \pi-x$.
3. Donner les valeurs exactes des sommes suivantes :
   (a) $A = \cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) + 2\sin(\pi+x) - \cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$
   (b) $B = \cos(\pi - x) - \sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right) - 3\cos x$
4. Résoudre dans $[\pi; 2\pi]$
   (a) $\cos\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = \frac{1}{2}$
   (b) $4\cos^2 x - 3 = 0$.

EXERCICE 2 (5 points)
Soit $(u_n)_{n \geqslant 0}$ définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + n - 1$.

1. Soit $(v_n)_{n \geqslant 0}$ définie par $v_n = 4u_n - 6n + 15$.
   Calculer v_0. Démontrer que $(v_n)_{n \geqslant 0}$ est géométrique et en déduire v_n en n.
2. En déduire que $u_n = \frac{19}{4} \times \frac{1}{3^n} + \frac{6n-15}{4}$.
3. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n peut s'écrire $u_n = t_n + w_n$ où $(t_n)_{n \geqslant 0}$ est géométrique et $(w_n)_{n \geqslant 0}$ est arithmétique.
   Calculer $t_0 + t_1 + \dots + t_n$ et $w_0 + w_1 + \dots + w_n$.
   En déduire $S_n = u_o + u_1 + \dots + u_n$

EXERCICE 3 (5 points)

1. Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2+3x+4}{x+1}$. Quelle est son ensemble de définition ? Calculer $f'(x)$.
2. Déterminer s'il(s) existe(nt) les points d'intersection de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2+3x+4}{x+1}$ au point d'abscisse 3 avec l'axe des ordonnées.
3. Déterminer s'il(s) existe(nt) les points d'intersection de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2+3x+4}{x+1}$ au point d'abscisse 1 avec la parabole d'équation $y = x^2 + 2x + 5$.

EXERCICE 4 (5 points)

ABCD est un carré de côté 4 cm. Pour tout point M de [AB] distinct de A et de B, on nomme I le point d'intersection de [DM] et [AC], x la longueur AM et $\mathscr{A}(x)$ l'aire totale des deux triangles AMI et DCI.

1. Soit h la hauteur issue de I dans le triangle AMI.
   Montrer que $\dfrac{h}{4-h} = \dfrac{x}{4}$ puis exprimer h en fonction de x.
2. Montrer que $\mathscr{A}(\text{x}) = \dfrac{2(x^2+16)}{x+4}$ pour tout $x \in]0;4[$.
3. Étudier les variations de $\mathscr{A}(\text{x})$ et en déduire la position de M pour laquelle l'aire totale est minimale.
4. Justifier que l'aire totale est minimale lorsque I est le point d'intersection du cercle de centre C et de rayon CD avec le segment [AC].

9 Devoir n 9 Avril 2017 2 heures

Première 10
Lundi 24 Avril 2017

INTERROGATION ÉCRITE N 9

EXERCICE 1 (4 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{3x-4}{x^2+4}$ et soit $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

1. Calculez $f'(x)$.
2. Donner l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.
3. Donner les variations de f.
4. Résoudre $f(x) \leqslant 1$.

EXERCICE 2 (4 points)
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{x^3+2x^2+3x-2}{x^2+3}$$

1. Calculez $f'(x)$.
2. Montrez que pour tout $x \in \mathbb{R}$:
$$f'(x) = \frac{(x+1)^2(x^2-2x+9)}{(x^2+3)^2}$$
déduisez-en les variations de f.

EXERCICE 3 (4 points)

Soit la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n}{u_n+2} \end{cases}$
On admettra que pour tout n entier, on a $u_n \geqslant 0$

1. En annexe on a représenté la courbe d'équation $y = \dfrac{2x}{x+2}$ sur [-1,7].
En utilisant la droite d'équation $y = x$ représenter sur l'axe des abscisses les termes u_1, u_2 et u_3 de la suite (u_n).
2. Calculer u_1, u_2. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? La suite (u_n) est-elle géométrique ?
3. Soit la suite (v_n) définie par $v_n = \dfrac{1}{u_n}$.
   (a) Démontrer la suite (v_n) est une suite arithmétique. Préciser son terme initial et sa raison.
   (b) Exprimer v_n en fonction de n. En déduire que u_n en fonction de n.

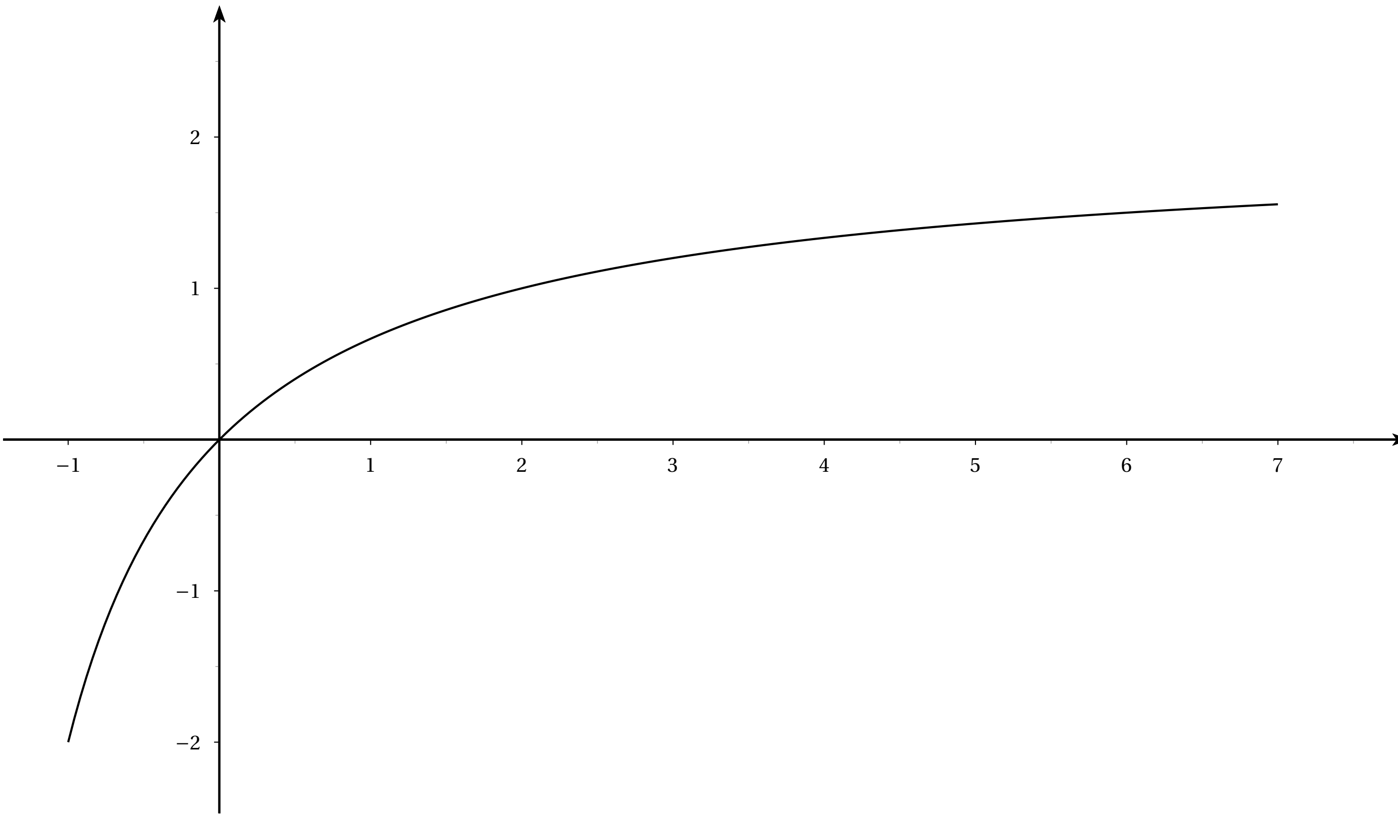
EXERCICE 4 (5 points)

1. Simplifier la somme $S = \cos\left(\dfrac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi - x) + \sin(\pi - x) + \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)$.
2. $A = \sin\dfrac{3\pi}{8} + \sin\dfrac{5\pi}{8} + \sin\dfrac{11\pi}{8} + \sin\dfrac{13\pi}{8}$ et
   $B = \cos\dfrac{\pi}{10} + \cos\dfrac{2\pi}{5} + \cos\dfrac{3\pi}{5} + \cos\dfrac{9\pi}{10}$.
   Démontrer sans calculatrice que les sommes A et B sont nulles.
3. Résoudre dans l'intervalle $[0;2\pi[$ l'équation : $(2\sin x + \sqrt{3})(\cos x - 1) = 0$.
4. Résoudre dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$ de l'inéquation : $\left(\cos x + \dfrac{1}{2}\right)\left(\cos x - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) \leqslant 0$.

EXERCICE 5 (5 points)

1. Déterminer un polynôme P de degré 2 tel que, pour tout x réel, $P(x+1) - P(x) = 2x$ et $P(0) = 0$.
2. En déduire la somme des n premiers nombres entiers pairs non nul : $S = 2 + 4 +$ ůůů $+ 2n$.
3. En déduire la somme des n premiers nombres entiers non nuls.

ANNEXE A RENDRE :
Exercice 3 :



10 Devoir n 10 Mai 2017 2 heures

Première 10
Lundi 15 Mai 2017

INTERROGATION ÉCRITE N 10

EXERCICE 1 (5 points)
On lance deux fois de suite un dé parfaitement équilibré, on note a le résultat du premier lancer, b le résultat du second lancer.
On définit la variable aléatoire X qui, à chaque issue (a ; b) de cette épreuve aléatoire associe le réel |a - b|.

1. Modéliser cette épreuve aléatoire à l'aide d'un tableau à double entrée.
2. Déterminer l'ensemble X(Ω) des valeurs prises par X.
3. Déterminer la loi de probabilité de
4. Calculer la probabilité de l'événement : « |a - b| ⩽ 3 ».
5. Rappeler la définition de l'espérance mathématique de X. Calculer la valeur exacte de cette espérance.

EXERCICE 2 (5 points)
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{2;-2\}$ par $f(x) = \dfrac{ax+b}{x^2-4}$ où a et b sont des réels et soit $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.
On sait que $f(1) = -\dfrac{1}{3}$ et $f(3) = 1$.

1. Déterminer a et b.
2. On suppose que la fonction f est définie par $f(x) = \dfrac{3x-4}{(x+2)(x-2)}$. Déterminer $f'(x)$.
3. Donner l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.
4. Donner les variations de f.
5. Déterminer le nombre de points où la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ est parallèle à la droite d'équation $y = x - \sqrt{7}$.

EXERCICE 3 (5 points)
On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 2$ et, pour tout entier nature n :

$$u_{n+1} = \frac{u_n + 2}{2u_n + 1}.$$

On admet que tous les termes de cette suite sont définis et strictement positifs.

1. On considère l'algorithme suivant :

Entrée	Soit un entier naturel non nul n
Initialisation	Affecter à u la valeur 2
Traitement et sortie	POUR i allant de 1 à n Affecter à u la valeur $\dfrac{u+2}{2u+1}$ Afficher u FIN POUR

Reproduire et compléter le tableau suivant, en faisant fonctionner cet algorithme pour $n = 3$. Les valeurs de u seront arrondies au millième.

i	1	2	3
u			

2. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par : $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 1}$.

   (a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $-\dfrac{1}{3}$.

   (b) Calculer v_0 puis écrire v_n en fonction de n.

3. On admet que, pour tout entier naturel n, on a : $v_n \neq 1$.
   Montrer que, pour tout entier naturel n, on a :
   $u_n = \dfrac{1 + v_n}{1 - v_n}$ et exprimer u_n en fonction de n.

EXERCICE 4 (5 points)

Partie A :
On considère un triangle ABC. On nomme G le point tel que $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$
On nomme Q le point tel que $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$
On nomme R le point tel que $\overrightarrow{AR} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$
Démontrer que les points B, Q, G d'une part, que les points C, R, G d'autre part, sont alignés.

Partie B :
Soit $\left(O ; \vec{i}, \vec{j}\right)$ un repère du plan. On fera une figure qui sera complétée au fur et à mesure de l'exercice.
Soit les points $A\left(1; \frac{3}{2}\right)$ et $B\left(-3; \frac{13}{2}\right)$.

1. Soit Γ la droite d'équation $3x - 4y - 5 = 0$. Déterminer un point et un vecteur directeur de Γ puis tracer Γ .
2. Déterminer, par le calcul, l'intersection des droites (AB) et Γ.